Universidad Autónoma de Madrid	**UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID** EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso 2023-2024 MATERIA: FÍSICA

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, responda a cinco preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).

TIEMPO: 90 minutos.

Pregunta A.1.- La distancia del satélite Halimede a Neptuno, planeta alrededor del cual orbita, varía entre 12 y 21 millones de km.

a) Calcule el trabajo realizado por la atracción gravitatoria de Neptuno sobre Halimede en el tránsito del punto más próximo al más distante de la órbita.

b) Sabiendo que la energía mecánica de Halimede vale $-2{,}5 \cdot 10^{20}$ J, determine la velocidad máxima que alcanza en su órbita.

Datos: *Constante de Gravitación Universal,* $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de Halimede,* $M_H = 1{,}60 \cdot 10^{15}$ kg; *Masa de Neptuno,* $M_N = 1{,}02 \cdot 10^{26}$ kg.

Pregunta A.2.- Por una cuerda tensa dispuesta a lo largo del eje *x* se propaga, a una velocidad de $200\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ en el sentido positivo del eje, una onda armónica de 0,4 m de longitud de onda. En el instante inicial y en el origen de coordenadas, la elongación es positiva y también lo es la velocidad de oscilación, que equivale a la mitad de su valor máximo. Obtenga:

a) El número de onda y la frecuencia de la onda.

b) La fase inicial de la onda.

Pregunta A.3.- Un hilo conductor de longitud indefinida se extiende a lo largo del eje z. Otro hilo de longitud indefinida paralelo al primero pasa por el punto $(5, 0, 0)$ cm. Los dos hilos se repelen con una fuerza por unidad de longitud de $5 \cdot 10^{-5}$ N m^{-1}. El campo magnético total se anula a lo largo de la recta $x = +10$ cm en el plano xz.

a) Explique si las corrientes en los hilos son paralelas o antiparalelas y calcule su magnitud.

b) Determine el módulo del campo magnético en el punto $(-5, 0, 0)$ cm.

Dato: *Permeabilidad magnética del vacío,* $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}.

Pregunta A.4.- Un objeto de 4 mm de altura está situado 20 cm a la izquierda de una lente delgada. La imagen que se forma es derecha y tiene una altura de 2 mm.

a) Calcule la potencia de la lente e indique si es convergente o divergente.

b) Elabore el trazado de rayos correspondiente a la situación descrita.

Pregunta A.5.- Una placa de cobalto se expone a luz de una determinada intensidad y de frecuencia igual a 1,2 veces la frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico en ese material. En estas condiciones, se registra un cierto potencial de frenado V_1.

a) Si se duplica la frecuencia de la luz incidente, se registra un nuevo potencial de frenado V_2, que es 6 V mayor que V_1. Obtenga el trabajo de extracción para el cobalto y el valor de la frecuencia umbral.

b) Si se mantiene la frecuencia inicial y se duplica la intensidad de la luz incidente, ¿cómo se modificará el potencial de frenado?

Datos: *Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; *Constante de Planck,* $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s.

Pregunta B.1.- Un satélite de 200 kg de masa se mueve en una órbita cerrada alrededor de la Tierra. En un determinado instante, es detectado a 630 km de altura, moviéndose a 9,92 km s^{-1} con velocidad perpendicular a la dirección radial.

a) Compare la velocidad del satélite con la correspondiente a una órbita circular de la altura dada y del resultado anterior, razone si la órbita es circular o elíptica.
b) Calcule los módulos del momento angular y de la aceleración del satélite en el instante señalado.

Datos: *Constante de Gravitación Universal,* $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de la Tierra,* $M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg; *Radio de la Tierra,* $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m.

Pregunta B.2.- El campanario de una iglesia medieval, situado a 35 m de altura, consta de 4 campanas. Cada una de ellas emite 10 mW de potencia sonora tras ser golpeada. Por otro lado, el límite de contaminación acústica en ese municipio está establecido en 55 dB.

a) Determine el nivel de intensidad sonora que percibe una persona parada al pie de la torre del campanario cuando se toca una sola campana.
b) ¿Podrán tocar las cuatro campanas a la vez si no se quiere sobrepasar el límite de contaminación acústica y la población está situada a más de 100 metros de la iglesia?

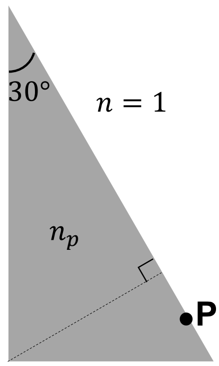
Dato: *Intensidad umbral,* $I_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W m^{-2}.

Pregunta B.3.- Dos partículas situadas en los puntos (-6, 0) mm y (6, 0) mm del plano *xy* poseen cargas iguales de +9 nC. Obtenga el potencial eléctrico y el campo eléctrico en:

a) El origen de coordenadas.
b) El punto (0, 3) mm.

Dato: *Constante de la ley de Coulomb,* $K = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.

Pregunta B.4.- El prisma de sección triangular mostrado en la figura está hecho de un material con índice de refracción n_p. Se halla inmerso en aire, con índice de refracción igual a 1.



a) Determine el índice de refracción n_p si se sabe que el ángulo límite para la reflexión total en el paso del prisma al aire vale $45,58°$.
b) Considere un rayo de luz que incide perpendicularmente sobre la superficie del prisma desde el aire, en el punto P. Elabore un diagrama mostrando su recorrido en el interior del prisma hasta que vuelve a emerger al aire, y calcule el ángulo de refracción a la salida.

Pregunta B.5.- Dos muestras, cada una de un radioisótopo distinto (radioisótopo 1 y radioisótopo 2) contienen en el momento de su preparación la misma masa del radioisótopo correspondiente. Las medidas de actividad de las muestras 1 y 2 para el instante inicial ($t = 0$) y al cabo de un día arrojan los siguientes valores:

	A_1 (kBq)	A_2 (kBq)
t = 0	10,00	11,70
t = 1 d	8,90	10,77

a) Calcule el período de semidesintegración de cada radioisótopo.
b) Si M_1 y M_2 denotan las respectivas masas atómicas de los radioisótopos, determine el cociente M_2/M_1.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

FÍSICA

- ⋆ Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
- ⋆ Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
- ⋆ En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
- ⋆ Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.
- ⋆ Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2 puntos.
- ⋆ En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

Pregunta A.1.- La distancia del satélite Halimede a Neptuno, planeta alrededor del cual orbita, varía entre 12 y 21 millones de km.

a) Calcule el trabajo realizado por la atracción gravitatoria de Neptuno sobre Halimede en el tránsito del punto más próximo al más distante de la órbita.
b) Sabiendo que la energía mecánica de Halimede vale $-2{,}5 \cdot 10^{20}$ J, determine la velocidad máxima que alcanza en su órbita.

Datos: *Constante de Gravitación Universal,* $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de Halimede,* $M_H = 1{,}60 \cdot 10^{15}$ kg; *Masa de Neptuno,* $M_N = 1{,}02 \cdot 10^{26}$ kg.

Solución:

a) El trabajo efectuado por la atracción gravitatoria vendrá dado por el cambio de energía potencial experimentado por el satélite, invirtiendo su signo:

$$W = -\Delta E_P = -GM_N M_H \left(\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_a}\right) =$$

$$= -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,02 \cdot 10^{26} \cdot 1,6 \cdot 10^{15} \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{21}\right) \cdot 10^{-9} = -3,89 \cdot 10^{20} \mathrm{J}$$

b) La máxima energía cinética, y por lo tanto la máxima velocidad, se alcanzará en el punto de menor energía potencial de la órbita, que es el más próximo al planeta. En consecuencia, y utilizando el valor de energía mecánica proporcionado:

$$E_M = E_P + E_C = -\frac{GM_N M_H}{r_p} + \frac{1}{2} M_H v_{max}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{max} = \sqrt{2\left(\frac{GM_N}{r_p} + \frac{E_M}{M_H}\right)}$$

$$v_{max} = \sqrt{2\left(\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,02 \cdot 10^{26}}{12 \cdot 10^9} - \frac{2,5 \cdot 10^{20}}{1,6 \cdot 10^{15}}\right)} = 9,06 \cdot 10^2 \mathrm{m\ s^{-1}}$$

Pregunta A.2.- Por una cuerda tensa dispuesta a lo largo del eje *x* se propaga, a una velocidad de $200\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ en el sentido positivo del eje, una onda armónica de 0,4 m de longitud de onda. En el instante inicial y en el origen de coordenadas, la elongación es positiva y también lo es la velocidad de oscilación, que equivale a la mitad de su valor máximo. Obtenga:

a) El número de onda y la frecuencia de la onda.
b) La fase inicial de la onda.

Solución:

a) El número de onda se obtiene de la longitud de onda proporcionada a partir de la siguiente relación:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,4} = 5\pi\ \mathrm{rad\ m^{-1}}$$

La frecuencia de la onda puede calcularse con los datos de velocidad de propagación y de longitud de onda facilitados:

$$f = \frac{v_p}{\lambda} = \frac{200}{0,4} = 500\ \mathrm{Hz}$$

b) Para determinar la fase inicial, utilizaremos la información de que la velocidad de oscilación es positiva e igual a la mitad del valor máximo en el origen de coordenadas en el instante inicial; tomando la función coseno para describir la elongación, tendremos:

$$y\left(x,\ t\right) = A\cos\left(\omega t - kx + \phi_0\right),$$

cuya derivada con respecto del tiempo nos da la velocidad de oscilación:

$$v\left(x,\ t\right) = -\omega A\,\mathrm{sen}\left(\omega t - kx + \phi_0\right) = -v_{max}\mathrm{sen}\left(\omega t - kx + \phi_0\right)$$

Particularizando para el origen de coordenadas e instante inicial, y con los datos suministrados, tenemos:

$$v\left(0,\ 0\right) = -v_{max}\,\mathrm{sen}\left(\phi_0\right) = \frac{1}{2}v_{max} \quad\rightarrow\quad \mathrm{sen}\left(\phi_0\right) = -\frac{1}{2} = \ \rightarrow\ \phi_0 = -\frac{\pi}{6},\ \frac{7\pi}{6}$$

$$y\left(0,\ 0\right) = A\cos\left(\phi_0\right) > 0 \qquad\qquad \rightarrow\quad \phi_0 = -\frac{\pi}{6}\ \mathrm{rad}$$

En caso de adoptar la función seno para describir la elongación, la fase inicial sería $\phi_0 = \dfrac{\pi}{3}\ \mathrm{rad}$.

Pregunta A.3.- Un hilo conductor de longitud indefinida se extiende a lo largo del eje z. Otro hilo de longitud indefinida paralelo al primero pasa por el punto $(5, 0, 0)$ cm. Los dos hilos se repelen con una fuerza por unidad de longitud de $5 \cdot 10^{-5}$ N m^{-1}. El campo magnético total se anula a lo largo de la recta $x = +10$ cm en el plano xz.

a) Explique si las corrientes en los hilos son paralelas o antiparalelas y calcule su magnitud.
b) Determine el módulo del campo magnético en el punto $(-5, 0, 0)$ cm.

Dato: *Permeabilidad magnética del vacío,* $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}.

Solución:

a) Dado que los hilos se repelen, sus corrientes deben tener sentidos opuestos. También podemos llegar a esta conclusión utilizando el hecho de que el campo magnético se anula en la recta $x = 10$ cm.
Podemos determinar la intensidad utilizando el dato concerniente a los puntos en los que se anula el campo magnético total, resultante de la superposición de las contribuciones de los hilos. En dichos puntos, esas contribuciones tienen el mismo módulo:

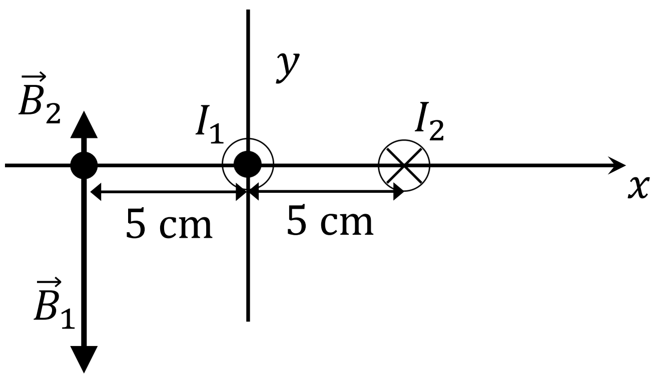
$$B_1 = B_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d_1} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{d_2} \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{d_1}{d_2} I_2 = 2I_2$$

Llevando esta condición a la expresión que nos proporciona el módulo de la fuerza por unidad de longitud entre los hilos, encontramos:

$$F_{12} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d} = \frac{\mu_0}{\pi}\frac{I_2^2}{d} \quad \Rightarrow \quad I_2 = \sqrt{\frac{\pi d}{\mu_0} F_{12}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-7}}\, 5 \cdot 10^{-5}} = 2,5 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad I_1 = 2I_2 = 5 \text{ A}$$

b) Como ilustra la figura, en el punto $(-5, 0, 0)$ cm los campos debidos a cada uno de los hilos tienen sentidos opuestos, dominando la contribución del hilo situado en el eje *z*, más cercano y con una intensidad de corriente de mayor magnitud. El módulo del campo resultante será:

$$\left|\vec{B}\right| = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{|I_1|}{d_1} - \frac{|I_2|}{d_2}\right) = 2 \cdot 10^{-7}\left(\frac{5}{0,05} - \frac{2,5}{0,1}\right) = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$



Pregunta A.4.- Un objeto de 4 mm de altura está situado 20 cm a la izquierda de una lente delgada. La imagen que se forma es derecha y tiene una altura de 2 mm.

a) Calcule la potencia de la lente e indique si es convergente o divergente.
b) Elabore el trazado de rayos correspondiente a la situación descrita.

Solución:

a) Para calcular la potencia, empleamos la ecuación de las lentes delgadas:

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}$$

A partir de los tamaños que se nos facilitan para el objeto y la imagen, encontramos que:

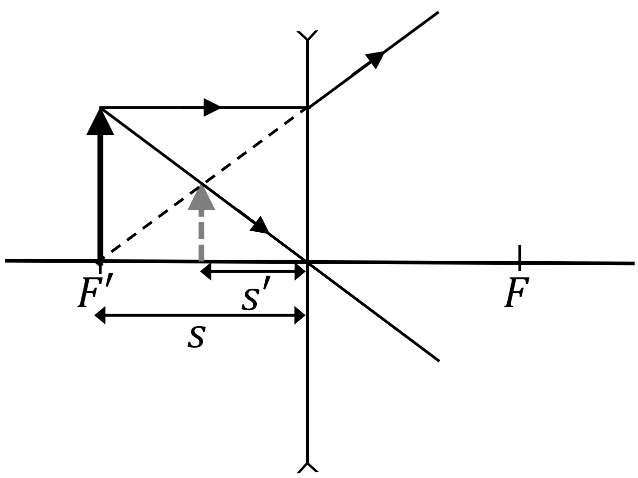
$$\frac{y'}{y} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{s'}{s} \quad \Rightarrow \quad s' = \frac{s}{2}$$

Llevando esto a la ecuación previa, obtenemos:

$$P = \frac{2}{s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{s} = \frac{1}{-0,2} = -5 \text{ m}^{-1} = -5 \text{ dioptrías}$$

El signo negativo en la potencia indica que la lente en cuestión es divergente, carácter que podríamos haber anticipado a partir de las propiedades de la imagen (virtual, derecha y menor).

b) El trazado de rayos se muestra en la siguiente figura:



Pregunta A.5.- Una placa de cobalto se expone a luz de una determinada intensidad y de frecuencia igual a 1,2 veces la frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico en ese material. En estas condiciones, se registra un cierto potencial de frenado V_1.

a) Si se duplica la frecuencia de la luz incidente, se registra un nuevo potencial de frenado V_2, que es 6 V mayor que V_1. Obtenga el trabajo de extracción para el cobalto y el valor de la frecuencia umbral.
b) Si se mantiene la frecuencia inicial y se duplica la intensidad de la luz incidente, ¿cómo se modificará el potencial de frenado?

Datos: *Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; *Constante de Planck,* $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s.

Solución:

a) De la expresión que gobierna el efecto fotoeléctrico, tenemos:

$$hf = W_{ext} + E_c = W_{ext} + eV$$

Para cada una de las frecuencias señaladas en el enunciado, tenemos:

$$\left.\begin{array}{l} hf_1 = W_{ext} + eV_1 \\ \\ hf_2 = W_{ext} + eV_2 \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad h\left(f_2 - f_1\right) = e\left(V_2 - V_1\right)$$

Con los datos proporcionados y recordando la relación entre frecuencia umbral y trabajo de extracción

$$W_{ext} = hf_0,$$

llegamos a:

$$h\left(f_2 - f_1\right) = hf_1 = 1,2hf_0 = 1,2W_{ext} = e\left(V_2 - V_1\right) \quad \Rightarrow \quad W_{ext} = \frac{e\,(6\text{ V})}{1,2} = 5\text{ eV} = 8 \cdot 10^{-19}\text{ J}$$

La frecuencia umbral vendría dada por:

$$f_0 = \frac{W_{ext}}{h} = \frac{8 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-35}} = 1,21 \cdot 10^{15}\text{ Hz}$$

b) La energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos, y por lo tanto el potencial de frenado, no dependen de la intensidad de la luz incidente, sino exclusivamente de su frecuencia y, en consecuencia, el potencial de frenado en este caso continuaría siendo V_1.

FÍSICA -SOLUCIONES

OPCIÓN B

(Documento de trabajo orientativo)

Pregunta B.1.- Un satélite de 200 kg de masa se mueve en una órbita cerrada alrededor de la Tierra. En un determinado instante, es detectado a 630 km de altura, moviéndose a 9,92 km s^{-1} con velocidad perpendicular a la dirección radial.

a) Compare la velocidad del satélite con la correspondiente a una órbita circular de la altura dada y del resultado anterior, razone si la órbita es circular o elíptica.
b) Calcule los módulos del momento angular y de la aceleración del satélite en el instante señalado.

Datos: *Constante de Gravitación Universal,* $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de la Tierra,* $M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg; *Radio de la Tierra,* $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m.

Solución:

a) Comparemos la velocidad dada con la de una órbita circular del radio proporcionado; en dicha órbita circular, la segunda ley de Newton exige que:

$$m\frac{v^2}{R} = \frac{GM}{R^2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{7 \cdot 10^6}} = 7,54 \text{ km s}^{-1}$$

La velocidad dada excede de la correspondiente a la órbita circular de ese radio, con lo que concluimos que la órbita del satélite no es circular. Y, al ser cerrada, será elíptica.

b) En el instante dado, la velocidad es perpendicular a la dirección radial, con lo que el modulo del momento angular del satélite, referido al centro de la Tierra, se calcula como:

$$L = mrv = 200 \cdot 7 \cdot 10^6 \cdot 9,92 \cdot 10^3 = 1,39 \cdot 10^{13} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

La aceleración experimentada por el satélite es la determinada por la fuerza gravitatoria a esa altura:

$$a = \frac{GM}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{49 \cdot 10^{12}} = 8,13 \text{ m s}^{-2}$$

Pregunta B.2.- El campanario de una iglesia medieval, situado a 35 m de altura, consta de 4 campanas. Cada una de ellas emite 10 mW de potencia sonora tras ser golpeada. Por otro lado, el límite de contaminación acústica en ese municipio está establecido en 55 dB.

a) Determine el nivel de intensidad sonora que percibe una persona parada al pie de la torre del campanario cuando se toca una sola campana.
b) ¿Podrán tocar las cuatro campanas a la vez si no se quiere sobrepasar el límite de contaminación acústica y la población está situada a más de 100 metros de la iglesia?

Dato: *Intensidad umbral,* $I_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W m^{-2}.

Solución:

a) La intensidad y el nivel de intensidad sonora a una distancia de 35 m se calculan como:

$$I = \frac{P}{4\pi d^2} = 6,50 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{W\ m^{-2}} \Rightarrow \beta = 10\ \log\frac{I}{I_0} = 58,1\ \mathrm{dB}$$

b) La distancia mínima *d* del campanario a la población es:

$$d = \sqrt{H^2 + D^2} = 105,95\ \mathrm{m}$$

A esta distancia, la intensidad y el nivel de intensidad sonora cuando las cuatro campanas tañen a la vez son:

$$I = \frac{4P}{4\pi d^2} = 2,84 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{W\ m^{-2}} \Rightarrow \beta = 10\ \log\frac{I}{I_0} = 54,5\ \mathrm{dB}$$

Por tanto, no se sobrepasaría el límite establecido de contaminación acústica de 55 dB.

Pregunta B.3.- Dos partículas situadas en los puntos (-6, 0) mm y (6, 0) mm del plano *xy* poseen cargas iguales de +9 nC. Obtenga el potencial eléctrico y el campo eléctrico en:

a) El origen de coordenadas.
b) El punto (0, 3) mm.

Dato: *Constante de la ley de Coulomb,* $K = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.

Solución:

a) En el origen de coordenadas el potencial eléctrico será:

$$V = V_1 + V_2 = 2K\,\frac{Q}{d} = 2{,}70 \cdot 10^4\ \text{V}$$

donde se ha utilizado que $V_1 = V_2$, $Q = 9 \cdot 10^{-9}$ C y $d = 6 \cdot 10^{-3}$ m.
Por otra parte, el campo eléctrico en (0, 0) será nulo, pues los campos producidos por ambas cargas son de igual magnitud y sentidos opuestos:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$$

b) La distancia del punto (0, 3) mm a las cargas es:

$$d = \sqrt{6^2 + 3^2} = 6,71\ \text{mm}\ = 6,71 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

$$V = V_1 + V_2 = 2K\,\frac{Q}{d} = 2,41 \cdot 10^4\ \text{V}$$

El módulo del campo eléctrico en (0, 3) mm debido a cualquiera de las dos cargas será:

$$E = K\,\frac{Q}{d^2} = 1,80 \cdot 10^6\ \text{N C}^{-1}$$

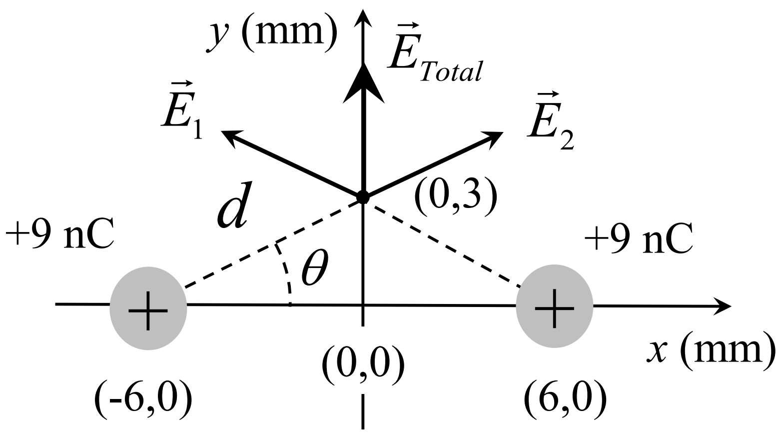
La superposición de los dos campos anula las componentes horizontales:

$$E_x = 0$$

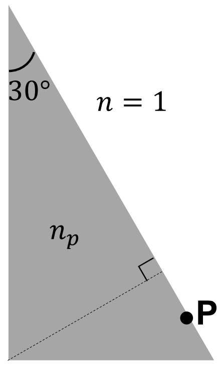
La componente vertical del campo total será dos veces la componente y del campo debido a una de las cargas:

$$E_y = 2K\frac{Q}{d^2}\text{sen}\theta = 1,61 \cdot 10^6\ \text{N C}^{-1}$$

donde $\theta = \arctan\dfrac{3}{6} = 26,56°$



Pregunta B.4.- El prisma de sección triangular mostrado en la figura está hecho de un material con índice de refracción n_p. Se halla inmerso en aire, con índice de refracción igual a 1.



a) Determine el índice de refracción n_p si se sabe que el ángulo límite para la reflexión total en el paso del prisma al aire vale $45,58°$.

b) Considere un rayo de luz que incide perpendicularmente sobre la superficie del prisma desde el aire, en el punto P. Elabore un diagrama mostrando su recorrido en el interior del prisma hasta que vuelve a emerger al aire, y calcule el ángulo de refracción a la salida.

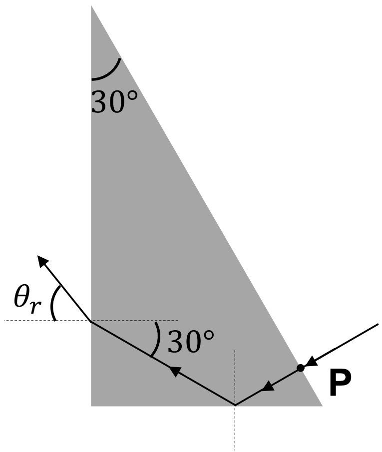
Solución:

a) El ángulo límite para la reflexión total es aquél ángulo de incidencia en la cara interna del prisma para el que el ángulo de refracción al aire vale $90°$. Aplicando la ley de Snell en esas condiciones, tenemos:

$$n_p \operatorname{sen} 45,58° = n \ \operatorname{sen} 90° \quad \Rightarrow \quad n_p = n \ \frac{\operatorname{sen} 90°}{\operatorname{sen} 45,58°} = 1,40$$

b) El rayo con incidencia normal en el punto P avanza sin desviarse hasta la cara opuesta al ángulo de $30°$. Su ángulo de incidencia, $60°$, es superior al ángulo límite dado en el enunciado, por lo que es completamente reflejado y alcanza la cara vertical del prisma con un ángulo de incidencia de $30°$. Aplicando la ley de Snell, podemos calcular el ángulo de refracción θ_r a la salida del prisma:

$$n_p \operatorname{sen} 30° = n \ \operatorname{sen} \theta_r \quad \Rightarrow \quad \operatorname{sen} \theta_r = \frac{n_p}{2n} = 0,7 \quad \Rightarrow \quad \theta_r = 44,43°$$



Pregunta B.5.- Dos muestras, cada una de un radioisótopo distinto (radioisótopo 1 y radioisótopo 2) contienen en el momento de su preparación la misma masa del radioisótopo correspondiente. Las medidas de actividad de las muestras 1 y 2 para el instante inicial ($t = 0$) y al cabo de un día arrojan los siguientes valores:

	A_1 (kBq)	A_2 (kBq)
t = 0	10,00	11,70
t = 1 d	8,90	10,77

a) Calcule el período de semidesintegración de cada radioisótopo.
b) Si M_1 y M_2 denotan las respectivas masas atómicas de los radioisótopos, determine el cociente M_2/M_1.

Solución:

a) De la ley exponencial de desintegración, tenemos para la muestra del radioisótopo 1:

$$A_1(\Delta t) = A_{10}e^{-\lambda_1 \Delta t} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \frac{\ln 2}{T_1} = \frac{1}{\Delta t}\ln\frac{A_{10}}{A_1(\Delta t)} \quad \Rightarrow$$

$$T_1 = \Delta t \frac{\ln 2}{\ln \dfrac{A_{10}}{A_1(\Delta t)}} = 1\frac{\ln 2}{\ln \dfrac{10}{8,90}} = 5,95 \text{ d}$$

Con el mismo procedimiento aplicado a la muestra del radioisótopo 2, encontramos:

$$T_2 = \Delta t \frac{\ln 2}{\ln \dfrac{A_{20}}{A_2(\Delta t)}} = 1\frac{\ln 2}{\ln \dfrac{11,70}{10,77}} = 8,37 \text{ d}$$

b) Utilizando el dato de que la masa inicial de radioisótopo es igual en ambas muestras, tenemos:

$$\left.\begin{array}{l} A_{10} = \lambda_1 \dfrac{m}{M_1} N_A \\ \\ A_{20} = \lambda_1 \dfrac{m}{M_2} N_A \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \frac{A_{10}}{A_{20}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\frac{M_2}{M_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{M_2}{M_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\frac{A_{10}}{A_{20}} = \frac{T_1}{T_2}\frac{A_{10}}{A_{20}} = \frac{5,95}{8,37}\frac{10}{11,7} = 0,61$$