

# Análisis factorial: cronología histórica y temas actuales

El análisis factorial es una técnica estadística de reducción de datos que permite explicar las correlaciones entre las variables observadas en términos de un número menor de variables no observadas denominadas factores. Se originó en la *Psicometría* y es una de las herramientas estadísticas más utilizadas en Psicología porque proporciona los medios para construir y evaluar modelos teóricos que involucran constructos psicológicos como la inteligencia, personalidad, actitudes, etc.

## Cronología histórica



El origen del análisis factorial se atribuye a **Charles Spearman** (1904) en su

clásico trabajo sobre inteligencia, donde distingue un factor general (el factor  $g$ ) y cierto número de factores específicos.

"GENERAL INTELLIGENCE" OBJECTIVELY DETERMINED AND MEASURED.	
By C. SPEARMAN.	
TABLE OF CONTENTS.	
Chap. I. Introductory.	Page
1. Signs of Weakness in Experimental Psychology	202
2. The Cause of this Weakness	203
3. The Identity of Science	204
4. Scope of the Present Experiments	205
Chap. II. Historical and Critical.	
1. History of Previous Researches	206
2. Conclusions to be drawn from these Previous Researches	219
3. Criticism of Prevalent Working Methods	222
Chap. III. Preliminary Investigation	
1. Observation of the Four Pupils Quoted	225
2. Definition of the Correspondence Sought	227
3. Irrelevancies from Practice	228
(a) Rich	228
(b) Sight	232
(c) Weight	233
(d) Intelligence	233
4. Irrelevancies from Age	233
5. Irrelevancies from Sex	235
6. The Elimination of these Irrelevancies	236
7. Alternations and Equivoicalities	238
Chap. IV. Description of the Present Experiments	
1. Choice of Laboratory Pupils	241
2. Instruments	242
(a) Sound	243
(b) Light	244
(c) Weight	245
(d) Intelligence	247
3. Modes of Procedure	249
(a) Experimental Series I	249
(b) " " " II	249
(c) " " " III	249
(d) " " " IV	249
(e) " " " V	249
4. The Estimation of Intelligence	252
5. Procedure in Deducting Results	252
(a) Method of Correlation	252
(b) Elimination of Observational Errors	253
(c) Elimination of Irrelevant Factors	255
Chap. V. The Present Results	
1. Method and Meaning of Demonstration	256
2. Correspondence between the Discrimination and the Intelligence	259

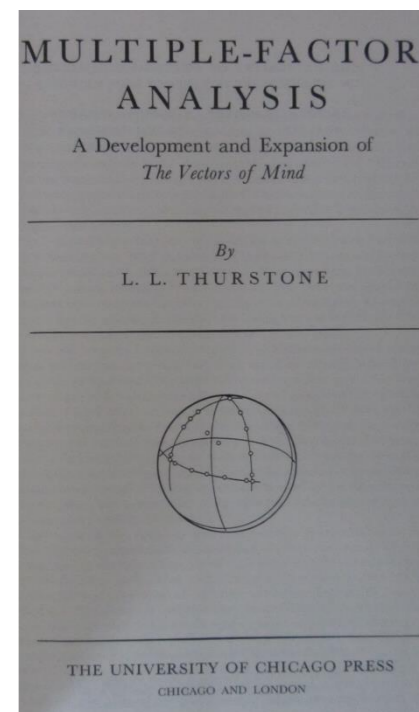


**Louis L. Thurstone (1947)**

extendió el modelo del "factor común" de Spearman para el caso de **múltiples factores**.

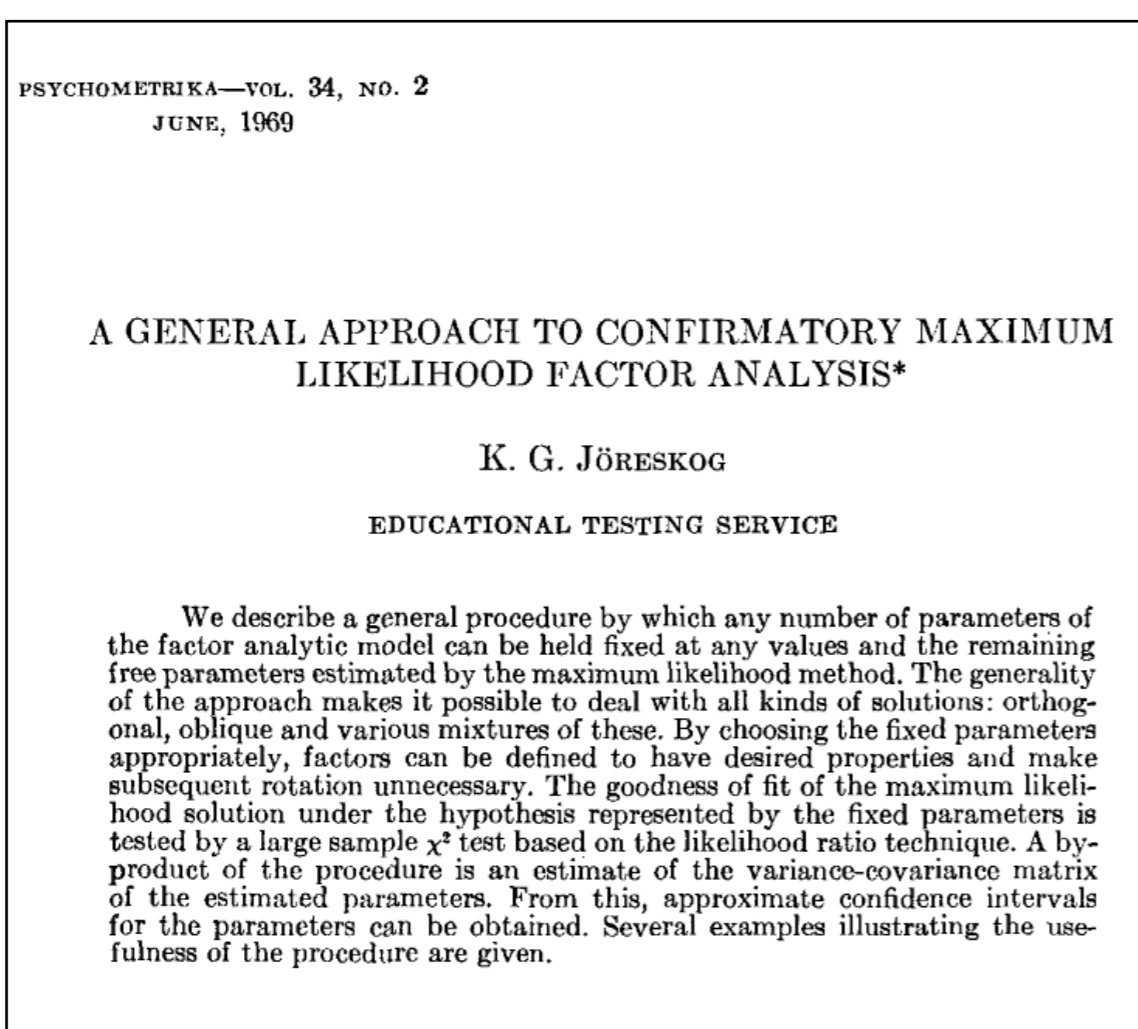
También introdujo el concepto de "estructura simple" y "rotación factorial". Más tarde, **Kaiser (1958)** desarrollaría el método Varimax para realizar rotaciones ortogonales mediante procedimientos matemáticos.

- Funda el *Laboratorio de Psicometría de Thurstone* en 1929
- Fue el primer presidente de la *Psychometric Society*, 1935



**Karl G. Jöreskog (1969)**

Publica el primer trabajo sobre **Análisis Factorial Confirmatorio**.



El modelo AFC se formula mediante:

$$x = \Lambda \xi + \delta$$

$x$  vector de  $p$  variables observadas

Con  $E(x) = 0$  y matriz de covarianzas  $\Sigma$

$\xi$  vector de  $q$  factores (donde  $q < p$ )

Con  $E(\xi) = 0$  y matriz de covarianzas  $\Phi$

$\Lambda$  matriz  $p \times q$  de saturaciones factoriales

$\delta$  vector de  $p$  errores de medida

Con  $E(\delta) = 0$  y matriz de covarianzas  $\Theta_\delta$

Donde  $E(\xi\delta) = 0$

$$\Sigma = \Lambda\Phi\Lambda' + \Theta_\delta \quad \text{Ecuación de covarianza}$$

- Jöreskog y Sörbom (1979) desarrollaron el programa LISREL, uno de los más empleados en la práctica investigadora.



Otros autores fundamentales, como **Michael Browne, Peter Bentler y Bengt Muthen** son los responsables de los desarrollos de los modelos de análisis factorial (AF para datos ordinales, datos no normales o datos categóricos) así como de los Software comerciales más conocidos (EQS y M-Plus)

Carmen Ximénez

Departamento de Psicología Social y Metodología, UAM



## Temas actuales

Aunque el análisis factorial emergió dentro de la *Psicología*, las principales extensiones del modelo factorial se desarrollaron desde la *Estadística* y se aplicaron a otros campos (economía, sociología, medicina, etc.).

Entre las principales extensiones se encuentran las siguientes:

### Análisis factorial multi-grupo

$$x^{(g)} = \Lambda \xi^{(g)} + \delta^{(g)} \quad \text{Donde } g = 1, 2, \dots, G$$

Permite evaluar la equivalencia de una estructura factorial en  $G$  grupos para asegurar que en cada grupo se están evaluando los mismos constructos (Alwin & Jackson, 1981).

- También se denomina *modelo de invarianza factorial*

### Análisis factorial con estructura de medias

$$x = \tau_x + \Lambda \xi + \delta \quad \text{Donde } \tau_x = [\tau_{x_1} \tau_{x_2} \dots \tau_{x_p}]$$

A diferencia del AFC clásico, asume que los factores tienen media distinta de cero (Sörbom, 1981):

$$E(\xi) = \kappa. \quad \text{Por tanto, } E(x) = \tau_x + \Lambda \kappa.$$

- También se considera como una extensión del modelo de *invarianza factorial* que permite comparar las medias de las variables latentes en los  $G$  grupos evaluados.

### Análisis factorial no lineal

En el modelo AFC, la relación lineal entre  $x$  y  $f$  se extiende para permitir cualquier relación  $G$  tal que:

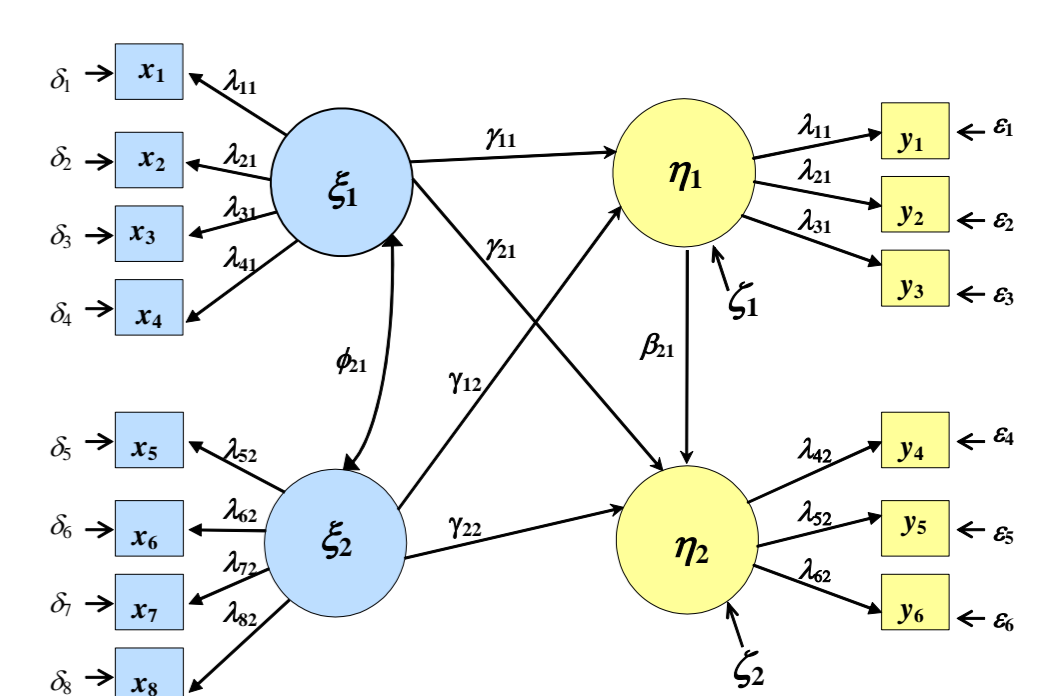
$$x = G(f_i) + \delta$$

Esta formulación (Yalcin & Amemiya, 2001) es muy general y existen otros tipos de formulaciones del modelo AF no lineal tanto de tipo paramétrico como no paramétrico.

### Modelos de ecuaciones estructurales

Permiten evaluar relaciones entre las variables latentes o factores (que aquí pueden tener el rol de variable dependiente, independiente o ambas a la vez).

- Son análogos a los modelos de regresión lineal pero trabajan con variables latentes.



### Referencias

- Alwin, D. F., & Jackson, D. J. (1981). Applications of simultaneous factor analysis to issues of factorial invariance. En D. D. Jackson & E. P. Borgatta (Eds.), *Factor analysis and measurement in sociological research: a multidimensional perspective* (pp. 249-280). Beverly Hills, CA: Sage.
- Jöreskog, K.G. (1969). A general approach to confirmatory maximum likelihood factor analysis. *Psychometrika*, 34, 183-202.
- Jöreskog, K. G., & Sörbom, D. (1979). *Advances in factor analysis and structural equation models*. Boston: University Press of America, Inc.
- Kaiser, H.F. (1958). The Varimax criterion for analytic rotation in factor analysis. *Psychometrika*, 23, 187-200.
- Sörbom, D. (1981). Structural equation models with structured means. En K.G. Jöreskog & H. Wold (Eds.): *Systems under indirect observation: causality, structure and prediction*. Amsterdam: North-Holland Publishing.
- Spearman, C. (1904). "General intelligence", objectively determined and measured. *American Journal of Psychology*, 15, 201-293.
- Thurstone, L.L. (1947). *Multiple Factor Analysis*. Chicago: University of Chicago Press.
- Yalcin, I. & Amemiya, Y. (2001). Nonlinear factor analysis as a statistical method. *Statistical Science*, 16, 275-294.